UNIVERSITE DE YAOUNDE I ECOLE NATIONALE

**SUPERIEURE POLYTECHNIQUE**

**Examen de rattrapage d’algèbre générale, 2014/2015**

**Durée : 3h**

Par Thomas B. BOUETOU

**Exercice I (3pts)**  A et B sont deux ensembles.

1. Montrer que (
2. Donner la condition nécessaire et suffisante pour qu’il y ait égalité.

**Exercice II (4pts)**

1. Donner le graphe de la plus petite relation d’équivalence sur l’ensemble *N* des entiers naturels. Déterminer l’ensemble quotient *N*/ .
2. On considère l’ensemble A={0,1 ,2,3,4,5,6,7}. On définit sur A la relation
3. Vérifier que est une relation d’ordre sur A,
4. Déterminer les éléments minimaux et les éléments maximaux de (A,,
5. (A,) admet-il un minimum ? un maximum ?

**Exercice III (3pts) (répondre par Vrai ou Faux, toute mauvaise réponse sera pénalisée par -0,5)**

1. Tout ensemble infini est dénombrable
2. Tout ensemble infini contient un ensemble dénombrable
3. ( est totalement ordonné
4. Tout sous-groupe d’un groupe abélien est normal
5. est un ordinal
6. Tout segment de *R* est équivalent à *N*

**Exercice IV (4pts)**

Soit a *N,* a premier. -{1}

1. Démontrer que si (-1) est premier, alors a=2
2. Soient p, q *N.* Démontrer que (-1) est un multiple de (-1) et (-1)
3. En déduire que si (-1) est premier alors, n est premier.
4. Un nombre est dit parfait s’il est égal à la somme de ses diviseurs autres que lui-même.
5. Montrer que si (-1) est premier, alors -1) est parfait.
6. En déduire les quatre 1 ers nombres parfaits.

**Exerce V (2pts)**

1. Démontrer que quel que soit l’entier naturel n, on a .
2. Démontrer que quel que soit l’entier naturel n, l’entier est divisible par 11.

**Exercice VI (3pts)**

1. Let G be a group and let H and K be two subgroups of G.
2. Is H a subgroup of G? If your answer is yes prove it. If your answer is no provide a counter example.
3. Is a subgroup of G? If your answer is yes prove it. If your answer is no provide a counter example.
4. Consider the following two sets:

T= and U=

1. Show that T is a subgroup of .
2. Show that U is a subgroup of T.

**Exercice VII (3pts)**

1. Construct table for the following compound statement.

1. Write the negation of the following statement:

If you decide to go to the party, then I will go with you

1. How many injective functions are there from {1;2;3} to {1;2;3;4;5}?
2. How many surjective functions are there from {1;2;3;4;5} to {1;2;3;4}?